

Предмет	Математика (профильный уровень), ЕГЭ 2023
Задание №	17
Тема	Задача с параметром
Уровень сложности	Высокий

Задача с параметром (№ 17) – задание высокого уровня сложности профильного ЕГЭ по математике. Её решение требует не только развитой культуры решения алгебраических задач, но и умения менять точку зрения на параметр в зависимости от ситуации. В одних случаях полезно рассматривать параметр как неопределённый коэффициент уравнения или неравенства, в других – как свободную или зависимую переменную. Иногда эти точки зрения на параметр полезно менять в ходе решения задачи.

Важно помнить!

1. Параметр может принимать **любые** значения.

Пример 1. Решить уравнение $\sqrt{x+a} = a+1$.

Здесь параметр $a \in R$, при этом при $a < -1$ уравнение корней не имеет, а при $a \geq -1$ корнем уравнения является число x , выражаемое через значение параметра по формуле: $x = a^2 + a + 1$.

2. Ход решения задачи с параметром имеет **разветвлённую структуру** из-за изменчивости ситуации, вызванной неопределённостью значений параметра. Распознавать точки ветвления хода решения помогает постановка вопросов. Вот некоторые из них:

- (1) Какого вида предложенное/полученное уравнение или неравенство?
- (2) Допустимо ли выполнение запланированного действия?
- (3) Равносилён ли результат этого действия исходной задаче?

Если эти вопросы не имеют однозначного ответа, то необходимо переходить к рассмотрению всех возможных ситуаций.

Пример 2. Решить уравнение $ax^2 - a(2a-1)x + a^2(a-1) = 0$ в зависимости от параметра. Сразу ставим вопрос (1). Он не имеет однозначного ответа! Выделяем два случая (по количеству вариантов ответа).

$a = 0$ (тождество)	$a \neq 0$ (квадратное уравнение)
$x \in R$	$x^2 - (2a-1)x + a(a-1) = 0$ Ставим вопрос (2): Есть ли корни? Находим дискриминант $D = (2a-1)^2 - 4a(a-1) = 1$. Он не зависит от параметра. Ответ однозначен: «есть». Ветвления нет! $x_1 = a$; $x_2 = a-1$. Ставим вопрос (3): Различны ли найденные корни? Да, различны, поскольку дискриминант уравнения больше 0. Ответ однозначен. Ветвления нет!

3. **Контрольные значения** параметра **нельзя угадать** заранее. Они выявляются по ходу решения задачи.

В примере 1 контрольным значением параметра является $a = -1$, а в примере 2 контрольным значением параметра является $a = 0$.

4. Контрольные значения параметра разбивают всё множество его значений на промежутки, **каждому** из которых **соответствует определённый результат**.

Пример 1. При $a < -1$ корней нет. При $a \geq -1$ уравнение имеет корень $x = a^2 + a + 1$.

Пример 2. При $a = 0$, $x \in R$. При $a \neq 0$, $x \in \{a; a-1\}$.

5. Полезно **следить за полнотой перебора** всех случаев, отмечая контрольные значения параметра и полученные результаты на оси параметра:

